



Sciatori, slittini e piccole mamme stanche

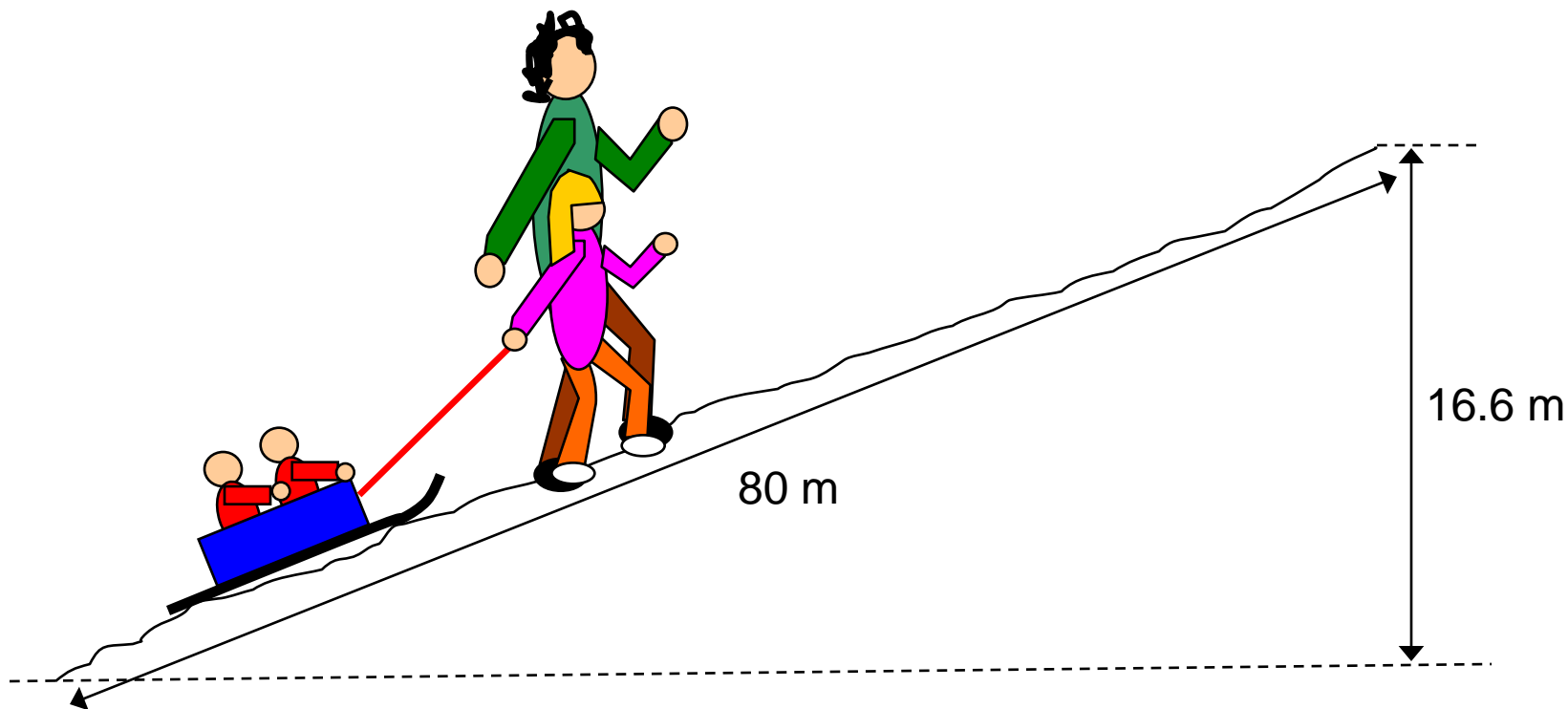
ovvero

La Fisica del piano inclinato con attrito

ELENA TRESSO
Politecnico di Torino

Attività Orientamento Formativo A.A. 2008-2009

Il problema iniziale...



$m_{\text{Andrea}} = m_{\text{Luca}} = 20 \text{ Kg}$ $m_{\text{slittino}} = 5 \text{ Kg}$ $\mu_d = 0.15$ $n = 10$ (a testa)

Il padre è alto 1.95 m, la madre 1.55 m → alla fine della giornata la madre ha la netta impressione di aver lavorato di più del padre...

Sarà vero ?



Partiamo da situazioni più semplici....

1. Solo uno sciatore sul pendio, senza attrito (moto su un piano inclinato liscio)
2. Solo uno sciatore sul pendio, con attrito (moto su un piano inclinato ruvido)

Come le studiamo???

1. **PUNTI MATERIALI**
2. **DIAGRAMMA di CORPO LIBERO**
3. **SISTEMA di COORDINATE**
4. **Leggi di NEWTON**
5. **Conservazione dell'ENERGIA**

Solo uno sciatore sul pendio, senza attrito (moto su un piano inclinato liscio)

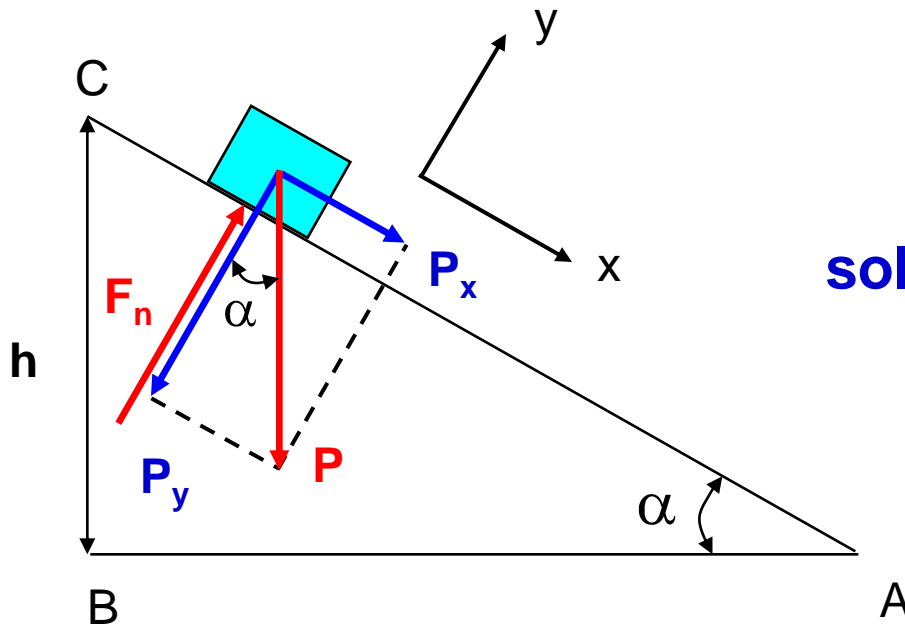


Uno sciatore di massa $m = 70 \text{ Kg}$ parte da fermo su una pista approssimabile ad un piano inclinato che forma un angolo $\alpha = 30^\circ$ rispetto al piano orizzontale.

- Se supponiamo che l'attrito tra gli sci e la neve sia nullo, qual'è l'accelerazione dello sciatore?
- Qual'è la forza che egli esercita sulla superficie della neve?
- Con quale velocità arriva al fondo se parte da fermo da una quota di 20 m?



α



RISULTATI:
solo uno sciatore senza attrito

La accelerazione dello sciatore è:

$$a_x = g \sin \alpha = \text{cost} = 9.81 \times \sin 30^\circ = 4.9 \text{ m/sec}^2$$

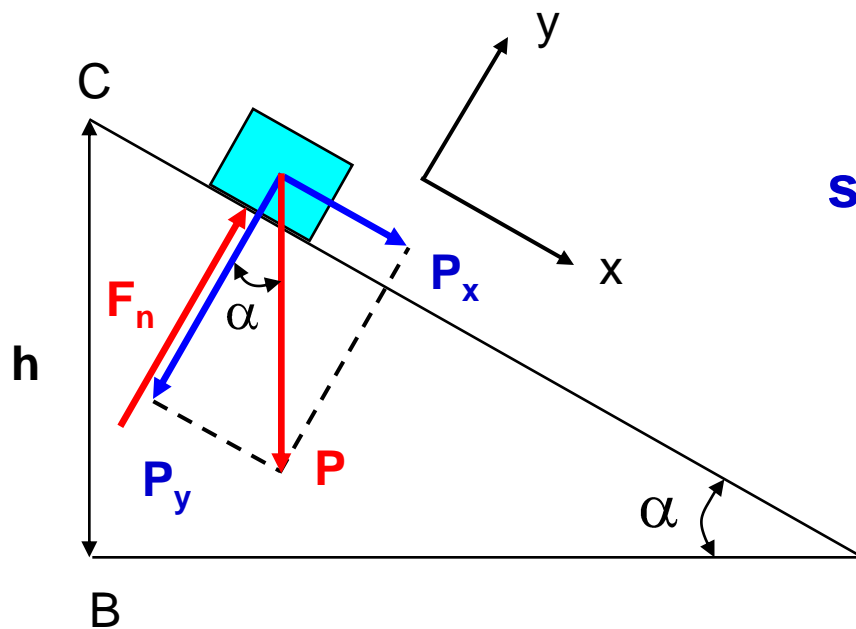
La forza che lo sciatore esercita sulla neve è:

$$F_n = mg \cos \alpha = 70 \times 9.81 \times \cos 30^\circ = 594.7 \text{ N}$$

Verifica sui valori estremi all'inclinazione:

$\alpha = 0^\circ \rightarrow$ no moto lungo x

$\alpha = 90^\circ \rightarrow$ caduta libera

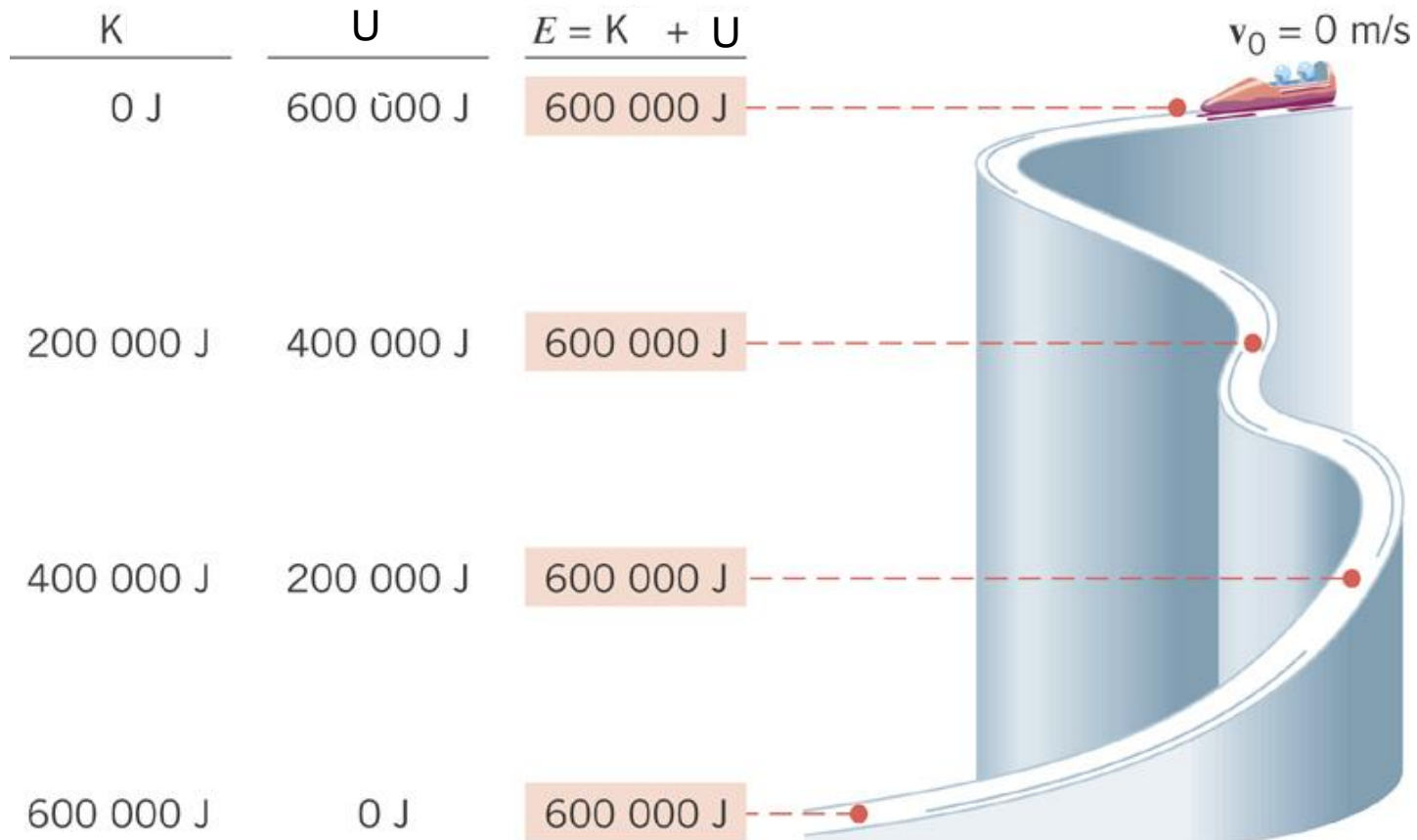


solo uno sciatore senza attrito

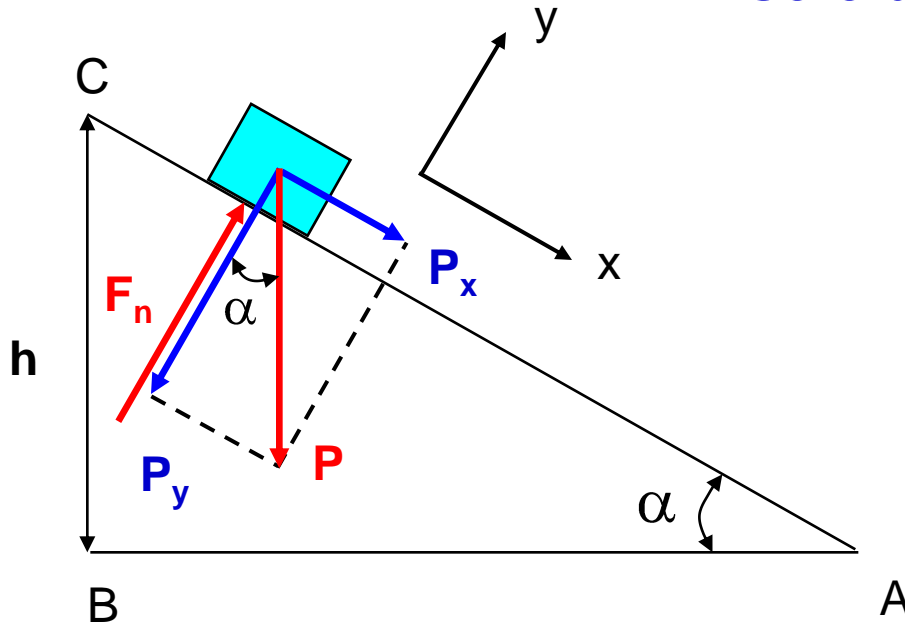
QUANTO VALE LA VELOCITA' ALLA FINE DELLA DISCESA???

RICHIAMI: Energia e sua conservazione in un sistema isolato soggetto a forze solo conservative

$$E = U + K = \text{cost} \rightarrow \Delta E = \Delta U + \Delta K = 0 \rightarrow U_i + K_i = U_f + K_f$$



solo uno sciatore senza attrito



**QUANTO VALE LA VELOCITA'
ALLA FINE DELLA
DISCESA???**

$$0 = 0 - mgh + \frac{1}{2} mv_f^2 - 0$$

U_f U_i K_f K_i

$$v_f = \sqrt{2gh} = 19.8 \text{ m/sec}$$

Solo uno sciatore sul pendio, CON attrito (moto su un piano inclinato ruvido)

Uno sciatore di massa $m = 70 \text{ Kg}$ parte da fermo su una pista approssimabile ad un piano inclinato che forma un angolo $\alpha = 30^\circ$ rispetto al piano orizzontale.

Il coefficiente di attrito dinamico neve-sci vale $\mu_d = 0.1$

- Qual'è l'accelerazione dello sciatore?
- Qual'è la forza che egli esercita sulla superficie della neve?
- Con quale velocità arriva al fondo se parte da fermo da una quota di 20 m?



α

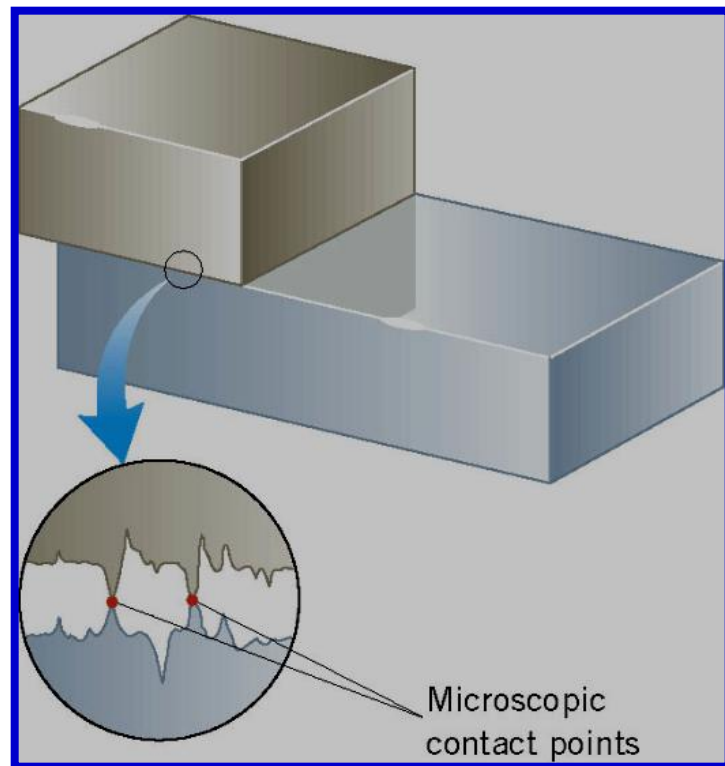
RICHIAMI: Forza di attrito radente dinamico

Quando un corpo scivola o scorre su di una superficie scabra si verifica *una resistenza al suo spostamento dovuta proprio alle forze di attrito.*

- 1) Entro grandi limiti è approssimativamente indipendente dalle superfici a contatto
- 2) E' proporzionale alla forza normale (cioè alla forza con cui le due superfici interagiscono in direzione perpendicolare ad esse e che ne impedisce la penetrazione).
- 3) E' anche praticamente indipendente dalla velocità relativa tra le due superfici di contatto.

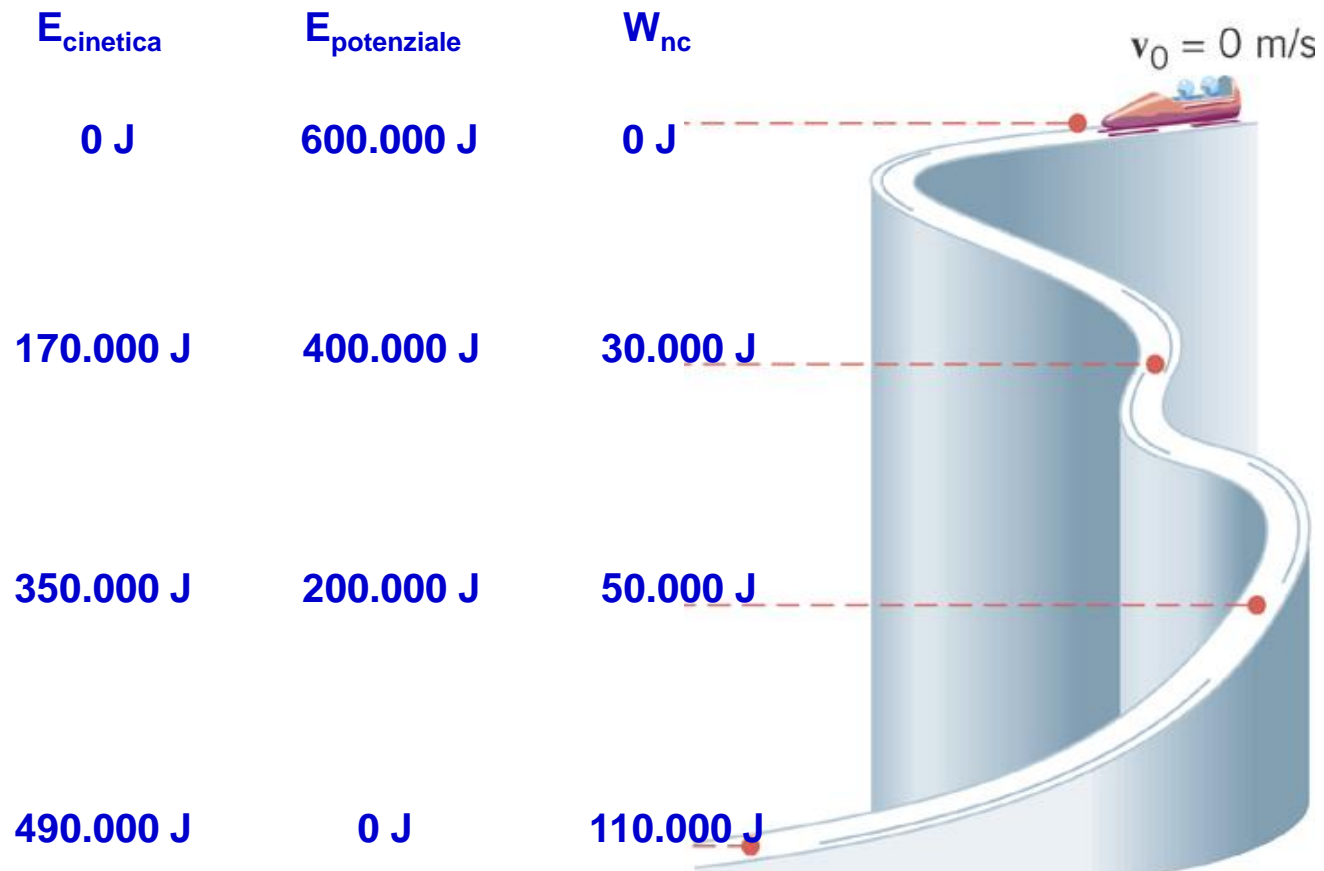
$$f_d = \mu_d N$$

$0 < \mu_d < 1$ Coefficiente di attrito dinamico



RICHIAMI: Energia e sua conservazione in un sistema isolato soggetto a forze **non** conservative

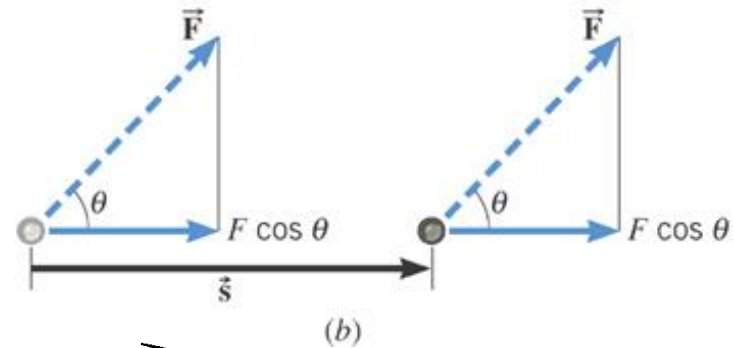
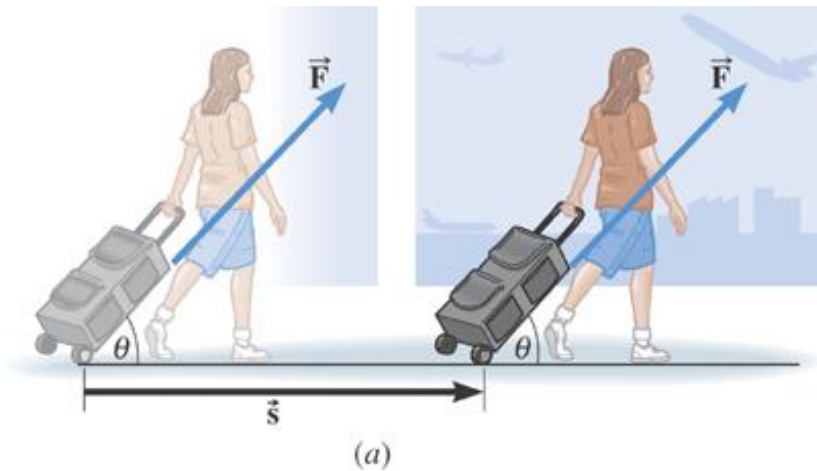
$$\Delta E = \Delta U + \Delta K = W_{nc} = U_f - U_i + K_f - K_i$$



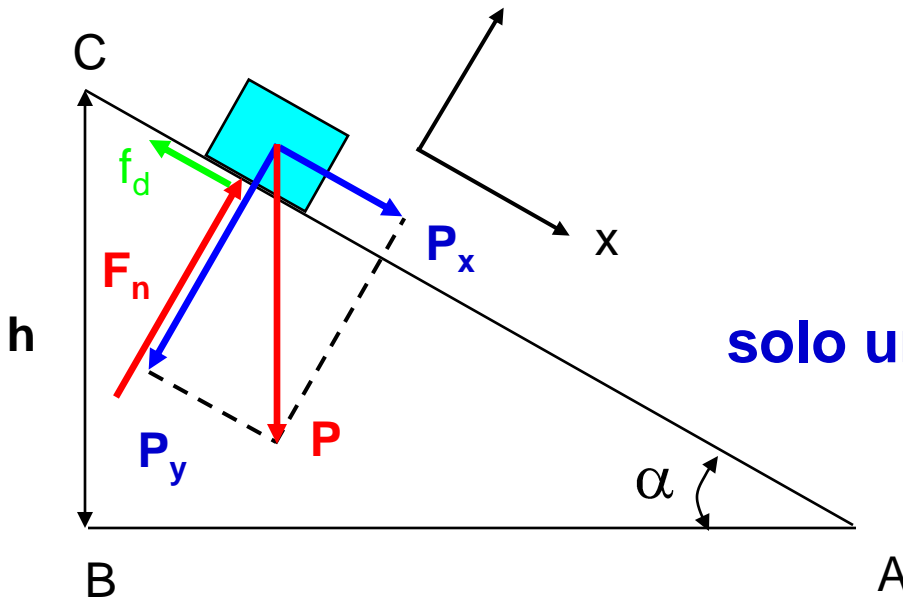
RICHIAMI: Lavoro di una forza

$$dL = \mathbf{F} ds = F \cos \theta ds = F_T ds$$

$$L_{A \rightarrow B} = \int_A^B \mathbf{F} ds = \int_A^B F \cos \theta ds = \int_A^B F_T ds$$



$$W = \int \mathbf{F} \cos \theta \, ds$$

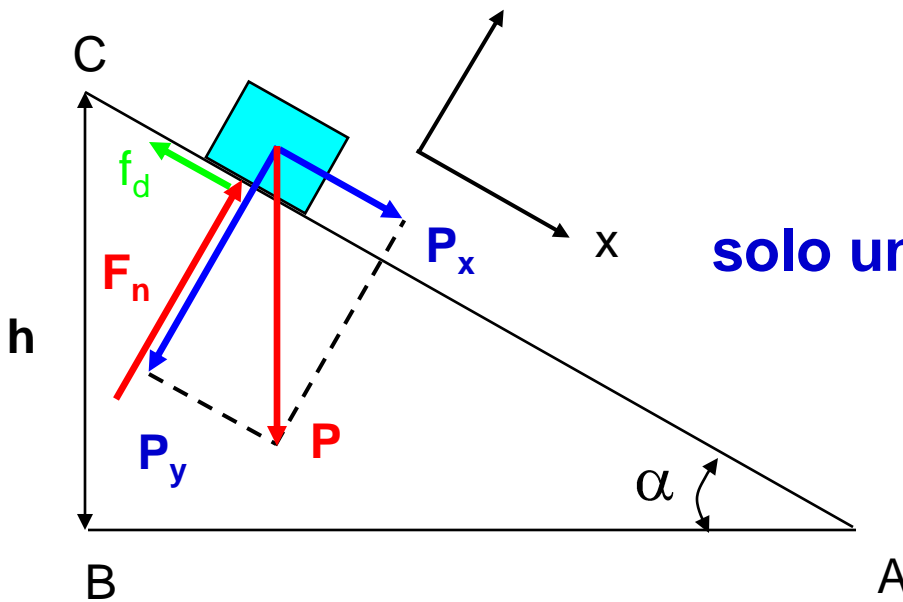


RISULTATI:
solo uno sciatore CON attrito

$$\begin{cases}
 x \rightarrow mgsin\alpha - \mu_d mgcos\alpha = ma_x & \rightarrow a_x = g(\sin\alpha - \mu_d \cos\alpha) \\
 y \rightarrow F_n - mgcos\alpha = 0 & \rightarrow F_n = mgcos\alpha
 \end{cases}$$

$$a_x = g(\sin\alpha - \mu_d \cos\alpha) = cost = 9.81(0.5 - 0.1 \times 0.87) = 4.05 \text{ m/sec}^2$$

$$F_n = mgcos\alpha = 70 \times 9.81 \times \cos 30^\circ = 594.7 \text{ N}$$



RISULTATI:
solo uno sciatore CON attrito

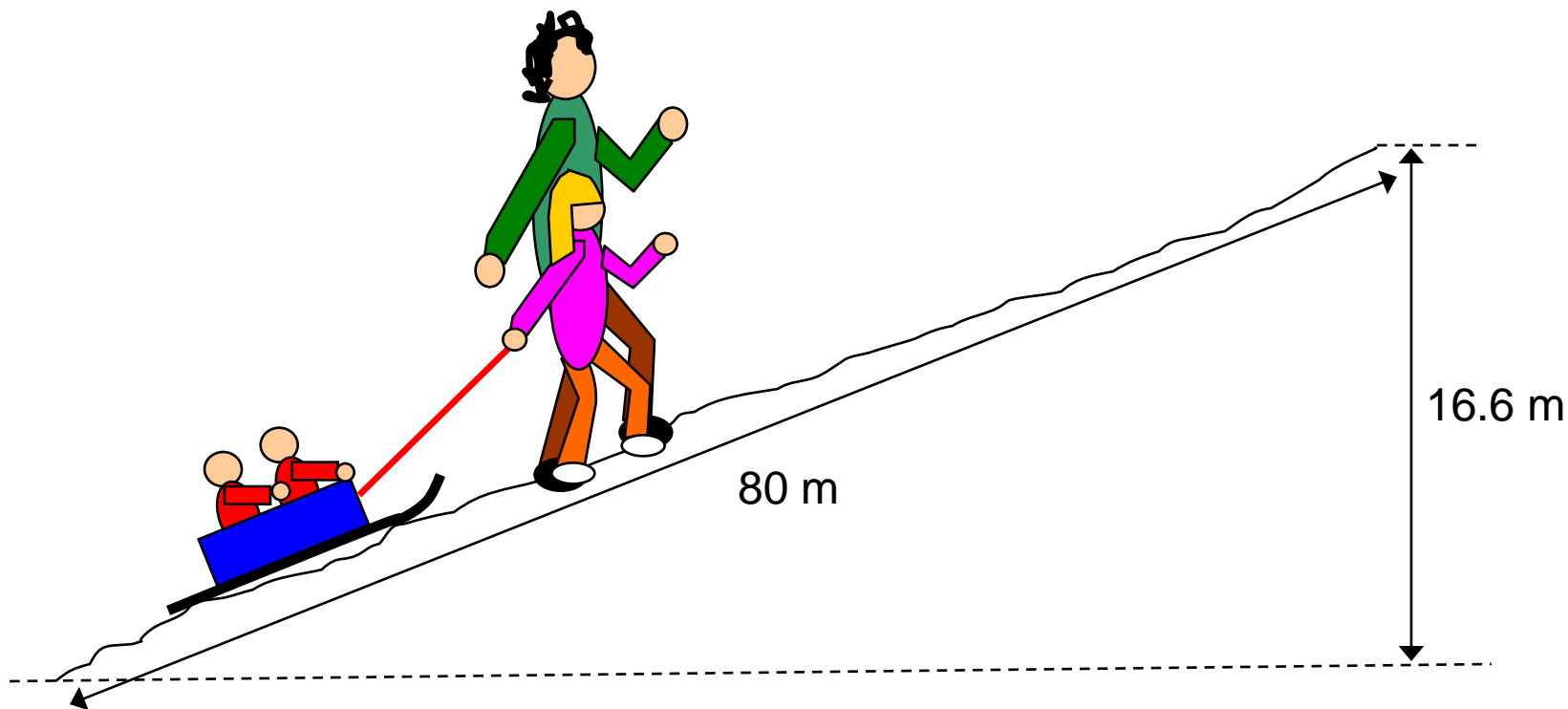
$$s = \overline{AC} = h / \sin\alpha$$

$$W_{nc} = - \mu_d m g \cos\alpha \cdot s$$

$$W_{nc} = - \mu_d m g \cos\alpha \cdot h / \sin\alpha = 0 - mgh + \frac{1}{2} m v_f^2 - 0$$

$$v_f = \sqrt{2gh(1 - \mu_d \cot\alpha)} = 18 \text{ m/s}$$

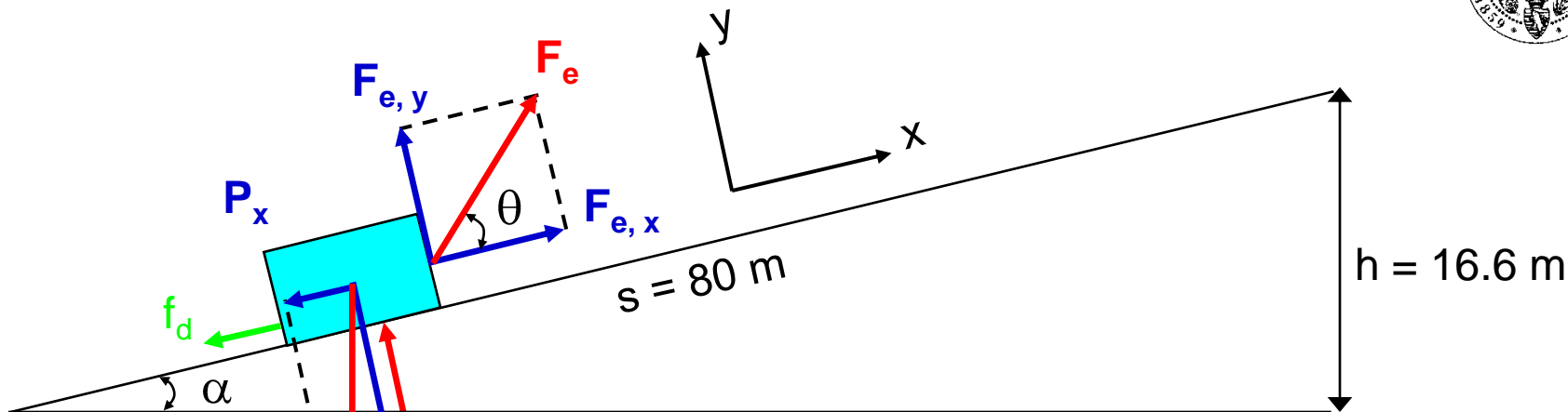
Ritorniamo al problema iniziale...



Alla fine della giornata la madre ha la netta impressione di aver lavorato di più del padre...

Sarà vero ?

Infine, formuliamo in modo fisicamente corretto il problema originario:



$$m = m_A + m_L + m_s = 45 \text{ Kg} \quad n = 10$$

$$\mu_d = 0.15 \quad \theta_p = 45^\circ \quad \theta_m = 30^\circ$$

$$\alpha = \arcsin(h/s) \cong 12^\circ$$

$$x \rightarrow \begin{cases} F_e \cos\theta - mg \sin\alpha - \mu_d F_n = 0 & (0 \text{ perchè } v = \text{cost} !!) \end{cases}$$

$$y \rightarrow \begin{cases} F_n + F_e \sin\theta - mg \cos\alpha = 0 \end{cases} \rightarrow \boxed{F_n = mg \cos\alpha - F_e \sin\theta}$$

e sostituendo nella prima si ricava:

$$\boxed{F_e = mg(\sin\alpha + \mu_d \cos\alpha) / (\cos\theta + \mu_d \sin\theta)}$$



da cui: $F_{e,m} = 166.54 \text{ N}$ $F_{e,p} = 192.76 \text{ N}$

e calcolando il lavoro della madre e del padre:

$$W_{e,m} = F_{e,m} \cdot \cos\theta_m \cdot s \cdot n = 115378.91 \text{ J}$$

$$W_{e,p} = F_{e,p} \cdot \cos\theta_p \cdot s \cdot n = 109025.06 \text{ J}$$

Infine la differenza di lavoro è data da:

$$\Delta W_e = W_{e,m} - W_{e,p} = 6353.85 \text{ J}$$

che equivale al lavoro che si compie sollevando per ben 100 volte una massa di 6.5 Kg da terra ad un metro di altezza!!

→ la madre aveva ragione!



da cui: $F_{e,m} = 166.54 \text{ N}$ $F_{e,p} = 192.76 \text{ N}$

e calcolando il lavoro della madre e del padre:

$$W_{e,m} = F_{e,m} \cdot \cos\theta_m \cdot s \cdot n = 115378.91 \text{ J}$$

$$W_{e,p} = F_{e,p} \cdot \cos\theta_p \cdot s \cdot n = 109025.06 \text{ J}$$

Infine la differenza di lavoro è data da:

$$\Delta W_e = W_{e,m} - W_{e,p} = 6353.85 \text{ J}$$

che equivale al lavoro che si compie sollevando per ben 100 volte una massa di 6.5 Kg da terra ad un metro di altezza!!

→ la madre aveva ragione!



Qualche esercizio “concettuale”

1. Convieni spingere o tirare una slitta?

Supponendo di essere su un terreno piano, ed assumendo lo stesso angolo di inclinazione tra braccia ed orizzontale, occorre una forza minore per spingere o per tirare?

2. Il disco da hockey

Un disco da hockey sta scivolando su una superficie orizzontale di ghiaccio, che si suppone priva di attrito. Tracciate il diagramma di corpo libero, nel caso in cui la velocità sia costante e quando il disco inizia a rallentare.



Qualche esercizio “concettuale”

1. Convieni spingere o tirare una slitta?

Supponendo di essere su un terreno piano, ed assumendo lo stesso angolo di inclinazione tra braccia ed orizzontale, occorre una forza minore per spingere o per tirare?



Qualche esercizio “concettuale”

2. Il disco da hockey

Un disco da hockey sta scivolando su una superficie orizzontale di ghiaccio, che si suppone priva di attrito. Tracciate il diagramma di corpo libero, nel caso in cui la velocità sia costante e quando il disco inizia a rallentare.



Qualche esercizio “concettuale”

3. Quale forza ci spinge in avanti quando camminiamo?

Considerando la interazione piede-terreno tracciate il diagramma delle forze nel caso di superficie con attrito e di superficie perfettamente liscia.



Qualche esercizio “concettuale”

4. Come è possibile spostare una slitta in avanti, se ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria?